1. א. $\phi(x) = \frac{x}{|x|^2}$

ב. הבמולה של $S(a,r)$ תחת ϕ הינה $S\left(\frac{a}{|a|^2-r^2}, \frac{r}{|a|^2-r^2}\right)$.

2. א. יהי $w = \alpha u + \beta v$ ו $z = \alpha' u + \beta' v$ אזי

$$(u,v;w,z) = \frac{\alpha'\beta}{\beta'\alpha}$$

ב. $p=[2,3,1]$, $q=[1,1,1]$, $s=[4,x,3]$.

p,q,s מקיימים לינארית $\Leftarrow$ $s = p+2q$ $\Leftarrow$ $x=5$.

כאשר $s = \alpha' p + \beta' q$. $(\alpha',\beta') = (1,2)$ יהי $r = \alpha p + \beta q$, אזי

$$-\tfrac{1}{2} = (p,q;r,s) = \frac{1}{2}\frac{\beta}{\alpha} \Rightarrow \alpha = -\beta \Rightarrow r = [p-q] = [1,2,0]$$

ג. יהי $f(x,y,z) = [x\,y\,z]\, M \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$ הטלנלנית המתאימה לא a,b,c,p,q.

אזי $f(x,y,z) = 2xy - 8yz + 6xz$, ו $M = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & -4 \\ 3 & -4 & 0 \end{bmatrix}$

f ו M יחידות אי נג' כפל בקבוע , M ו $-M$ הן סימטריות.

3. ב. $a = B\times C$, $b = C\times A$, $c = A\times B$

הנקודות הדואליות לישרים aA , bB ו cC הינן

$A\times a = A\times(B\times C)$, $B\times b = B\times(C\times A)$ ו $C\times c = C\times(A\times B)$

$$A\times(B\times C) + B\times(C\times A) + C\times(A\times B) =$$

$$= [(A\cdot C)B - (A\cdot B)C] + [(B\cdot A)C - (B\cdot C)A] + [(C\cdot B)A - (C\cdot A)B] = 0$$

לכן הנקודות אלה נמצאות על ישר , ולכן $\overline{aA} \cap \overline{bB} \cap \overline{cC} \neq \emptyset$.

4. א. מהמשפט הסינוסים הקלאסי $\frac{\sin a}{\sin\alpha} = \frac{\sin c}{\sin\gamma} = \sin c$

לכן $\sin a = \sin\alpha \cdot \sin c$.

ב. בדומה ל-א. $\frac{\sin b}{\sin\beta} = \sin c$. כמו כן מהמשפט הקוסינוסים הקלאסי:

$$0 = \cos\gamma = \frac{\cos c - \cos a \cos b}{\sin a \sin b}$$

$\Leftarrow$ $\cos c = \cos a \cos b$. לכן

$$\cos\alpha = \frac{\cos a - \cos b \cos c}{\sin b \sin c} = \frac{\cos a - \cos^2 b \cos a}{\sin^2 b} \cdot \sin\beta$$

$$= \frac{\cos a \sin^2 b}{\sin^2 b} \sin\beta = \cos a \sin\beta$$

5. א. הישר הגיאודזי $\{re^{it} : 0<t<\pi\}$ נוצר ל-l ואיבר בדרך A

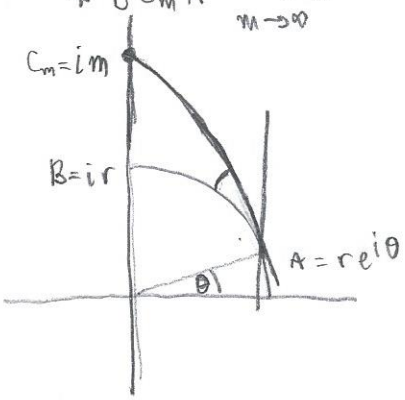
לכן $B = ir$.

$$\cosh d_H(A,B) = 1 + \frac{|A-B|^2}{2\,\mathrm{Im}\,A\,\mathrm{Im}\,B} = 1 + \frac{|\cos\theta - i(1-\sin\theta)|^2}{2\sin\theta} = \frac{1}{\sin\theta}$$

ב. נסמן $C_m = im$, $T_{\theta,m}$ המשולש שקדקודיו A, B, C_m

אזי

$\measuredangle ABC_m = \frac{\pi}{2}$, $\measuredangle BAC_m \xrightarrow[m\to\infty]{} \theta$ ו- $\measuredangle BC_mA \xrightarrow[m\to\infty]{} 0$



לכן $\mathrm{area}(T_{\theta,m}) \to \pi - \left(0+\theta+\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2} - \theta$

הגדרה: $\cosh d_H(A, C_m) = \frac{m^2+r^2}{2mr\sin\theta}$